



صفحة ۱۳۱ کتاب درسی

پرسش من

چند نمونه دیگر از حجم‌های کروی را نام ببرید.

خورشید، سیاره‌ها، بعضی از میوه‌ها مانند پرتقال، آلو، آلبالو و ... و همچنین حباب بعضی از لامپ‌ها.

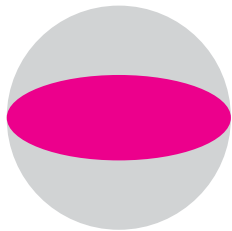
صفحة ۱۳۱ و ۱۳۲ کتاب درسی



فعالیت

۱ به تعریف دایره به‌عنوان یک شکل هندسی مسطح توجه کنید :

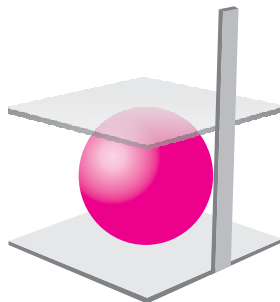
دایره، مجموعه نقاطی از صفحه است که همه آن نقطه‌ها از یک نقطه در همان صفحه به نام مرکز به یک فاصله ثابت و مشخص هستند. به این اندازه ثابت، شعاع دایره می‌گوییم.



باتوجه به این تعریف در قسمت زیر، کره را به‌عنوان یک شکل هندسی فضایی تعریف کنید.

کره مجموعه نقاطی از فضا است که همه آنها از یک نقطه در همان فضا به نام مرکز، به یک فاصله ثابت و مشخص هستند. به این اندازه ثابت، شعاع کره می‌گوییم.

۲ کارهای زیر را انجام دهید تا در انتهای فعالیت، راه محاسبه حجم کره را پیدا کنیم.

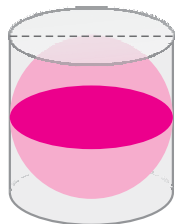


۳ یک توپ پلاستیکی به‌شکل کره تهیه کنید.

۴ مانند شکل مقابل، با قرار دادن دو سطح صاف موازی، قطر کره را اندازه بگیرید.

۵ مانند شکل مقابل به‌کمک ترق، یک استوانه درست کنید، به‌طوری‌که توپ کروی به‌طور کامل درون آن قرار گیرد و از اطراف، بالا و پایین بر آن مماس شود.

در این حالت، می‌گوییم کره در استوانه محاط شده و استوانه نیز بر کره محیط شده است. اگر شعاع کره R باشد، ارتفاع استوانه و شعاع قاعده آن را برحسب R نشان دهید.



ارتفاع استوانه $2R$:

شعاع قاعده استوانه R :

حجم استوانه $\pi R^2 \times 2R = 2\pi R^3$:

۶ توپ را از استوانه خارج کنید و با دقت آن را ببرید تا به دو نیم‌کره مساوی تبدیل شود. مانند

شکل مقابل، یکی از نیم‌کره‌ها را در داخل استوانه بگذارید و نیم‌کره دیگر را از آب پر و در

استوانه خالی کنید. اگر این کار را با دقت انجام دهید و استوانه را خوب آب‌بندی کرده باشید که

آبی از آن خارج نشود، با دو نیم‌کره، فضای باقی‌مانده پر از آب می‌شود.



الف) حجم استوانه، چند برابر حجم نیم کره است؟ ۳

ب) حجم استوانه چند برابر حجم کره است؟ $\frac{3}{2}$

ج) بنابراین حجم کره $\frac{2}{3}$ برابر حجم استوانه است.

د) با توجه به دستور محاسبه حجم استوانه، که در بالا ذکر شد، دستور محاسبه حجم کره به شعاع R را به دست آورید.

$$\text{حجم کره} = \frac{2}{3} \times \text{حجم استوانه} = \frac{2}{3} \times 2\pi R^2 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

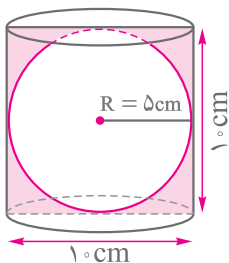
نکته

حجم کره‌ای به شعاع R از دستور $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ به دست می‌آید.

صفحه ۱۳۲ کتاب درسی



۱ کره‌ای در استوانه‌ای به قطر قاعده و ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر محاط شده است.



الف) حجم کره را به دست آورید.

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times 5^3 = \frac{4}{3} \pi \times 125 = \frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$$

ب) حجم استوانه را به دست آورید.

$$V_{\text{استوانه}} = 2\pi R^2 = 2\pi \times 5^2 = 250\pi \text{ cm}^3$$

ج) حجم فضای بین کره و استوانه را به دست آورید.

$$V_{\text{فضای خالی}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{کره}} = 250\pi - \frac{500}{3}\pi = \frac{250}{3}\pi \text{ cm}^3$$

نکته

اگر یک کره به شعاع R در استوانه‌ای محاط شده باشد، در این صورت:

$$V_{\text{استوانه}} = 2\pi R^2 \quad \text{و} \quad \text{حجم فضای خالی بین استوانه و کره} = V_{\text{فضای خالی}} = \frac{2}{3} \pi R^3$$

۲ حجم نیم کره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر را به دست آورید.

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \xrightarrow{\div 2} V_{\text{نیم کره}} = \frac{2}{3} \pi R^3 \xrightarrow{R=10\text{cm}} V_{\text{نیم کره}} = \frac{2000}{3} \pi \text{ cm}^3$$

صفحه ۱۳۳ کتاب درسی



مانند شکل مقابل، نیم کره‌ای را که از نصف کردن توپ پلاستیکی به دست آوردید، روی یک صفحه کاغذ قرار دهید و دو بار روی کاغذ، دایره رسم کنید طوری که نیم کره بتواند روی این دایره‌ها قرار گیرد و آن را بپوشاند.



این دو دایره کاغذی را هرطور که دوست دارید، برش بزنید و کاغذهای بریده شده را روی سطح نیم کره بچسبانید. مراقب باشید تا حد امکان، کاغذها روی هم قرار نگیرند و سطح نیم کره نیز دیده نشود.

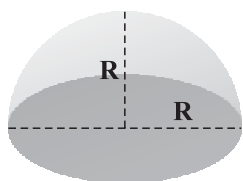
آیا توانستید تمام سطح (رویه) نیم کره را با این دو دایره بپوشانید؟ به طور تقریبی بله.

درباره مشکلات این کار و تقریبی بودن آن و راههای افزایش دقت این کار با یکدیگر گفت و گو کنید. ممکن است وقتی که دایره های کاغذی را برش می زنیم، در هنگام چسباندن آنها به هم روی نیم کره، لبه های کاغذهای بریده شده کاملاً به هم نجسبند و بین آنها کمی فاصله بیفتد یا اینکه لبه ها روی هم قرار بگیرند که این موضوع باعث می شود نتوانیم به طور دقیق، سطح کره را با کاغذهای بریده شده بپوشانیم.

ثابت می شود که مساحت رویه یک نیم کره به شعاع R ، دو برابر مساحت دایره ای است که نیم کره روی آن ایستاده است (قاعده نیم کره).

الف) پس مساحت رویه نیم کره برابر است با: $2\pi R^2$

ب) در نتیجه مساحت کره به شعاع R برابر است با: $4\pi R^2$



صفحه ۱۳۳ کتاب درسی



۱ مساحت یک کلاه (عرق چین) به شکل رویه نیم کره به شعاع 10 سانتی متر را پیدا کنید.

$$S_{\text{کره}} = 4\pi R^2 \xrightarrow{\div 2} S_{\text{نیم کره}} = 2\pi R^2 \xrightarrow{R=10\text{cm}} S_{\text{نیم کره}} = 200\pi \text{ cm}^2$$



۲ می خواهیم یک نیم کره چوبی توپر به شعاع 10 سانتی متر را رنگ کنیم. مساحت کل قسمت رنگ شده را پیدا کنید.

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= 2\pi R^2 = 200\pi \text{ cm}^2 \\ S_2 &= \pi R^2 = 100\pi \text{ cm}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 = 300\pi \text{ cm}^2$$

بین محاسبه مساحت کل نیم کره چوبی توپر و مساحت رویه یک عرق چین چه تفاوتی هست؟

در محاسبه مساحت کل نیم کره چوبی، علاوه بر مساحت رویه، مساحت قاعده نیم کره نیز باید محاسبه شود، در حالی که در محاسبه مساحت عرق چین، فقط باید مساحت رویه نیم کره محاسبه شود.

صفحه ۱۳۴ کتاب درسی



۱ قطر تقریبی کره زمین حدود 12800 کیلومتر است.

الف) قطر و شعاع کره زمین را بر حسب کیلومتر با نماد علمی بنویسید. شعاع $\approx 6/4 \times 10^3 \text{ km}$ و قطر $\approx 1/28 \times 10^4 \text{ km}$

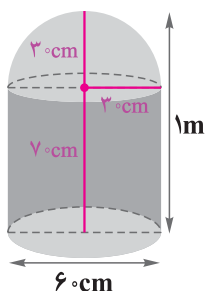
ب) مساحت تقریبی رویه (سطح) کره زمین را بر حسب کیلومتر مربع با نماد علمی بنویسید.

مقدار عدد π را به طور تقریبی برابر با $3/14$ در نظر می گیریم. داریم:

$$S = 4\pi R^2 \xrightarrow{R=6/4 \times 10^3 \text{ km}} S = 4 \times 3/14 \times (6/4 \times 10^3)^2 = 51445760 \text{ km}^2 = 5/144576 \times 10^8 \text{ km}^2$$

ج) مساحت کشور جمهوری اسلامی ایران حدود $۱/۶۴۸/۰۰۰$ کیلومتر مربع است. مساحت ایران چه کسری از مساحت کره زمین است؟ این نسبت را با درصد نشان دهید.

$$\frac{\text{مساحت ایران}}{\text{مساحت کره زمین}} = \frac{۱۶۴۸۰۰۰}{۵۱۴۴۵۷۶۰۰} \approx ۰/۰۰۳ = ۰/۳\%$$



۲) یک استوانک (کپسول) گاز از قرار گرفتن یک نیم کره روی یک استوانه به صورت مقابل درست شده است. اگر قطر دایره قاعده استوانک ۶۰ سانتی متر و ارتفاع آن یک متر باشد، حجم استوانک را بر حسب متر مکعب به دست آورید.

$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{۲}{۳} \pi R^3 \stackrel{R=۳۰}{=} \frac{۲}{۳} \pi \times (۳۰)^3 = ۱۸۰۰۰ \pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 h \stackrel{R=۳۰, h=۷۰}{=} \pi \times (۳۰)^2 \times ۷۰ = ۶۳۰۰۰ \pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{کره}} = V_{\text{نیم کره}} + V_{\text{استوانه}} = ۱۸۰۰۰ \pi + ۶۳۰۰۰ \pi = ۸۱۰۰۰ \pi \text{ cm}^3 \stackrel{+۱۰۰۰۰۰}{=} ۰/۰۸۱ \pi \text{ m}^3$$

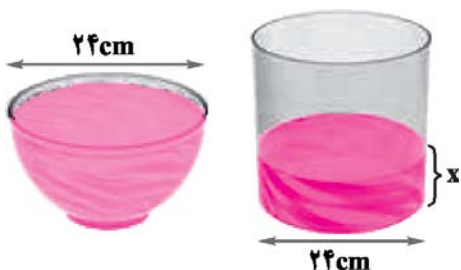
اگر بخواهیم سطح کل این استوانک را رنگ کنیم، چند کیلوگرم رنگ لازم است، به شرط اینکه رنگ آمیزی هر متر مربع به ۱۰۰ گرم رنگ نیاز داشته باشد؟

$$S_{\text{نیم کره}} = ۲\pi R^2 \stackrel{R=۳۰}{=} ۲\pi \times (۳۰)^2 = ۱۸۰۰۰ \pi \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{استوانه}} = S_{\text{جانبی}} + S_{\text{قاعده}} = ۲\pi R h + \pi R^2 \stackrel{R=۳۰, h=۷۰}{=} ۴۲۰۰۰ \pi + ۹۰۰۰ \pi = ۵۱۰۰۰ \pi \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{نیم کره}} + S_{\text{استوانه}} = ۱۸۰۰۰ \pi + ۵۱۰۰۰ \pi = ۶۹۰۰۰ \pi \text{ cm}^2 \stackrel{+۱۰۰۰۰}{=} ۰/۶۹ \text{ m}^2$$

$$\text{کیلوگرم رنگ مورد نیاز} = ۰/۶۹ \times ۱۰۰ = ۶۹ \text{ گرم} \stackrel{+۱۰۰۰}{=} ۰/۰۶۹$$



۳) پیمانه‌ای به شکل نیم کره و به قطر دهانه ۲۴ سانتی متر را از آب پر و آب آن را در لیوانی استوانه‌ای شکل با همان قطر خالی می‌کنیم؛ آب در لیوان تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟

ابتدا حجم آب درون پیمانه نیم کره‌ای شکل را به دست می‌آوریم.

$$R = ۲۴ \div ۲ = ۱۲ \text{ cm}$$

$$V_{\text{پیمانه}} = \frac{۲}{۳} \pi R^3 \stackrel{R=۱۲}{=} \frac{۲}{۳} \pi \times (۱۲)^3 = ۱۱۵۲ \pi \text{ cm}^3$$

حجم آب درون لیوان استوانه‌ای شکل برابر با ۱۱۵۲π سانتی متر مکعب است. بنابراین:

$$\pi R^2 h = ۱۱۵۲ \pi \stackrel{R=۱۲, h=x}{=} \pi \times (۱۲)^2 \times x = ۱۱۵۲ \pi \Rightarrow ۱۴۴x = ۱۱۵۲ \Rightarrow x = ۸ \text{ cm}$$

بنابراین در لیوان، آب تا ارتفاع ۸ سانتی متر بالا می‌آید.

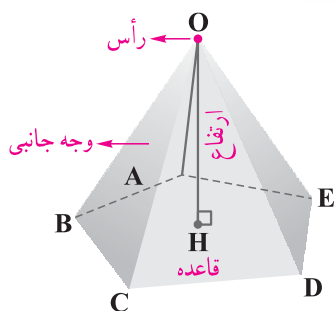


پرسش متن

صفحه ۱۳۵ کتاب درسی



یکی دیگر از حجم‌های هندسی، حجم هرمی است. به طور حتم نام اهرام مصر را شنیده‌اید. نمونه دیگری از شکل‌های هرمی را نام ببرید. سقف بعضی از آلاچیق‌ها و خانه‌های دارای سقف شیروانی.



هرم، یک شکل فضایی است که دارای یک وجه زیرین به نام قاعده است. قاعده هرم، یک چندضلعی است. مانند شکل مقابل روی تمام محیط این چندضلعی، سطح‌هایی قرار دارد که در یک نقطه به نام رأس، یکدیگر را قطع می‌کنند. به این سطح‌ها وجه جانبی می‌گویند.

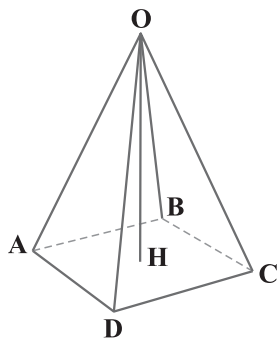
در هرم مقابل، نام رأس: O تعداد وجه‌ها: ۶

شکل وجه‌ها: مثلث شکل قاعده: پنج‌ضلعی نام قاعده: ABCDE

نکته

به شکل فضایی‌ای که دارای یک قاعده به شکل چندضلعی است و همه وجه‌های جانبی آن در یک رأس، مشترک‌اند، هرم گفته می‌شود. در هرم، وجه‌های جانبی، حتماً به شکل مثلث هستند.

صفحه ۱۳۵ و ۱۳۶ کتاب درسی



۱ اگر چندضلعی قاعده، یک چندضلعی منتظم باشد و وجه‌های جانبی با هم، هم‌نهشت باشند، هرم را منتظم می‌گوییم. در این صورت اگر قاعده، مرکز تقارن داشته باشد، پای ارتفاع (نقطه برخورد ارتفاع و قاعده) روی مرکز تقارن می‌افتد.

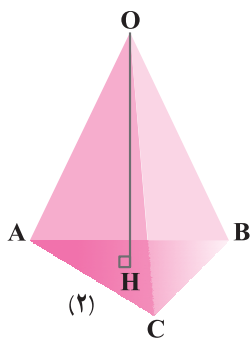
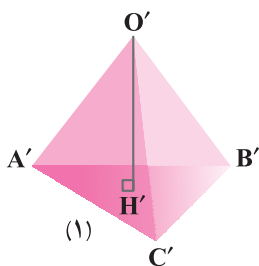
در هرم منتظم مقابل،

نام رأس: O ارتفاع: OH شکل قاعده: مربع

شکل وجه‌های جانبی: مثلث متساوی‌الساقین تعداد وجه‌ها: ۵

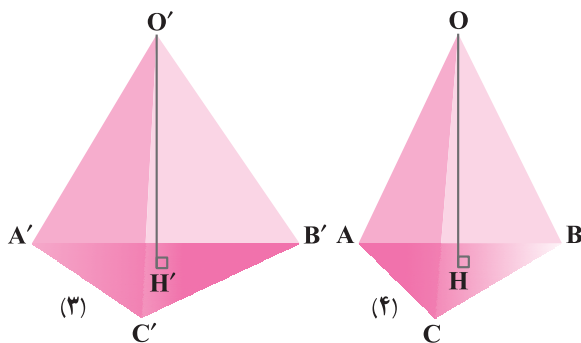
۲ الف) با توجه به شکل‌ها و اطلاعات داده‌شده به نظر شما حجم کدام هرم بیشتر است؟ در شکل‌های (۱) و (۲) مثلث‌های قاعده هم‌نهشت‌اند.

$$O'H' < OH \rightarrow V' < V$$



در شکل‌های (۳) و (۴) ارتفاع‌ها برابرند.

$$O'H' = OH \text{ و } S_{ABC} < S_{A'B'C'} \rightarrow V' > V$$



ب) به نظر شما حجم هرم به چه مقادیری وابسته است؟ مساحت قاعده و اندازه ارتفاع

ج) برای محاسبه مساحت مثلث از چه مقادیری استفاده می‌کردید؟ اندازه قاعده و اندازه ارتفاع

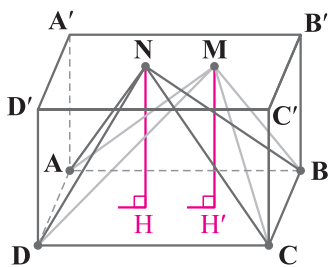
برای محاسبه حجم هرم چه حدسی می‌زنید؟ حاصلضرب مساحت قاعده در اندازه ارتفاع

د) اگر دو هرم دارای قاعده‌های با مساحت مساوی و ارتفاع‌های مساوی باشند، درباره حجم‌های آنها چه می‌توانید بگویید؟ حجم آنها با هم برابر است.

نکته

اگر دو هرم، بدون در نظر گرفتن شکل قاعده، دارای قاعده‌های هم‌مساحت و ارتفاع‌های برابر باشند، حجم‌های برابر خواهند داشت.

صفحه ۱۳۶ کتاب درسی



در شکل مقابل، $ABCD$ یک وجه یک مکعب مستطیل و M و N دو نقطه دلخواه

روی وجه مقابل $(A'B'C'D')$ است. چرا هرم‌های $MABCD$ و $NABCD$ دارای

حجم‌های یکسان هستند؟ همان‌طور که می‌دانیم، در هر مکعب مستطیل، وجه‌های روبه‌رو با

هم موازی‌اند. پس فاصله بین این دو وجه در تمام نقاط از یکدیگر یکسان است. بنابراین

ارتفاع هرم‌های $MABCD$ و $NABCD$ یکسان است و چون این دو هرم قاعده مشترک

دارند $(ABCD)$ ، پس دارای حجم‌های برابر خواهند بود.

به این ترتیب، چند هرم می‌توان ساخت که با هرم‌های بالا حجم یکسان داشته باشند؟ بی‌شمار

صفحه ۱۳۷ کتاب درسی

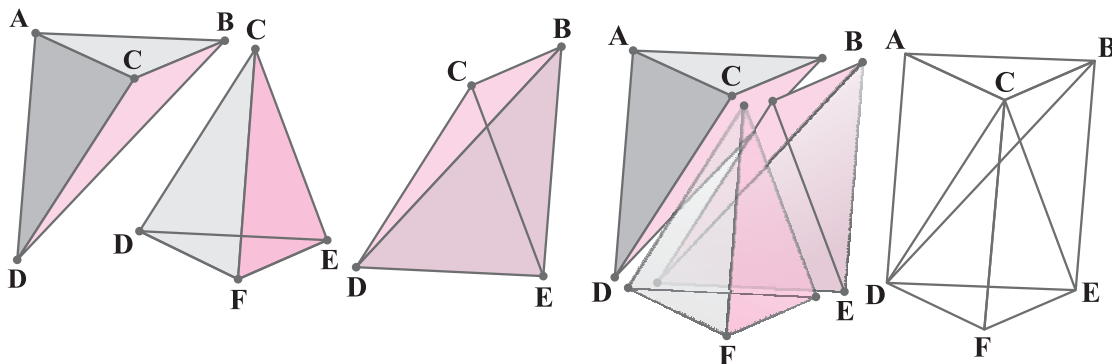


در شکل زیر، منشوری با دو قاعده $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ را می‌بینید. نقطه C را به نقطه‌های E و D و نقطه B را به نقطه D وصل

می‌کنیم؛ به این ترتیب منشور را به سه هرم، مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. آیا این سه هرم را در این منشور تشخیص می‌دهید؟ بله



با پاسخ دادن به سؤالات زیر، نشان دهید که این سه هرم، حجم‌های برابر دارند و از آنجا نتیجه بگیرید که حجم هریک از آنها، یک‌سوم حجم منشور است.



۱ چهارضلعی $ABED$ ، چه نوع چهارضلعی‌ای است؟ متوازی‌الاضلاع چرا مثلث‌های ABD و BDE هم‌مساحت‌اند؟ زیرا BD قطر متوازی‌الاضلاع است و آن را به دو مثلث هم‌نهشت ABD و BDE تقسیم می‌کند. بنابراین مساحت دو مثلث هم‌نهشت ABD و BDE باهم برابر است.

۲ چرا هرم‌های $CBED$ و $CBAD$ دارای حجم‌های برابرند؟ مساحت قاعده‌های این دو هرم یعنی ABD و BDE باهم برابر است و اندازه ارتفاع این هرم‌ها یعنی فاصله نقطه C از وجه $ABED$ نیز یکسان است؛ بنابراین این هرم‌ها دارای حجم‌های یکسان خواهند بود.

۳ چرا مثلث‌های DEF و ABC هم‌مساحت‌اند؟ چون قاعده‌های منشور هستند و باهم مساوی هستند، بنابراین مساحت‌های برابر دارند.

۴ چرا هرم‌های $CDEF$ و $DABC$ دارای حجم‌های برابرند؟ از آنجا که $CF = AD$ ، بنابراین ارتفاع‌های برابر دارند و چون مساحت قاعده‌های آنها یعنی DEF و ABC باهم برابر است، دارای حجم‌های برابر خواهند بود.

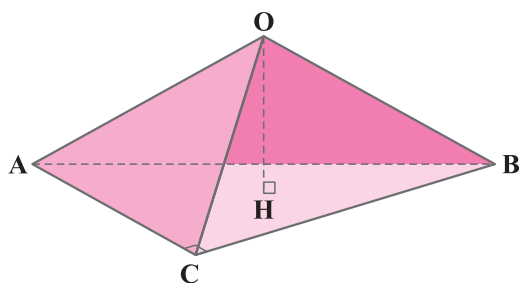
۵ با توجه به پاسخ سؤال‌های ۲ و ۴ چه نتیجه‌ای می‌گیریم؟ حجم هر سه هرم با هم مساوی است و در نتیجه حجم هریک از آنها، یک‌سوم حجم منشور است.



$$V = \frac{1}{3} Sh$$

حجم هر هرم با مساحت قاعده S و ارتفاع h ، برابر است با:

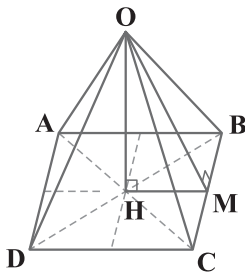
صفحه ۱۳۷ و ۱۳۸ کتاب درسی



در هرم $OABC$ ، $AC = 6\text{cm}$ و $BC = 10\text{cm}$ و زاویه $\widehat{ACB} = 90^\circ$ و OH ارتفاع هرم مساوی 5cm است. با کامل کردن عبارت‌های زیر حجم هرم را به دست آورید.

$$S_{ABC} = \frac{AC \times CB}{2} = \frac{6 \times 10}{2} = 30\text{cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 30 \times 5 = 50\text{cm}^3$$



۱ در شکل زیر، هرم منتظم با قاعده مربع، رسم شده که وجه‌های جانبی آن همگی مثلث‌هایی متساوی‌الساقین و طول ساق‌های آنها 10cm و M وسط BC است.

الف) پاره‌خط OM در مثلث OBC چه خواصی دارد؟ چون مثلث OBC متساوی‌الساقین است، OM نیمساز زاویه رأس، ارتفاع و میانه وارد بر ضلع BC است. (OM عمود منصف ضلع BC نیز است.)

ب) مثلث OBM چه نوع مثلثی است؟ قائم‌الزاویه

ج) اگر طول ضلع قاعده، 12cm باشد، به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث OBM طول OM را حساب کنید.

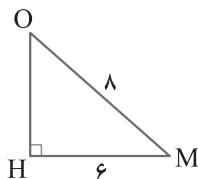
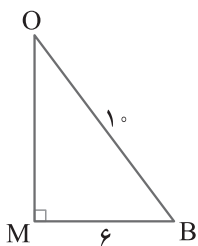
$$OM^2 = OB^2 - MB^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \rightarrow OM = 8\text{cm}$$

د) مثلث OMH چه نوع مثلثی است؟ قائم‌الزاویه طول MH چقدر است؟ 6cm

ه) به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث OMH ، طول OH را به دست آورید.

$$OH^2 = OM^2 - HM^2 = 8^2 - 6^2 = 28 \rightarrow OH = \sqrt{28}\text{cm} = 2\sqrt{7}\text{cm}$$

و) حجم هرم $OABCD$ را به دست آورید.



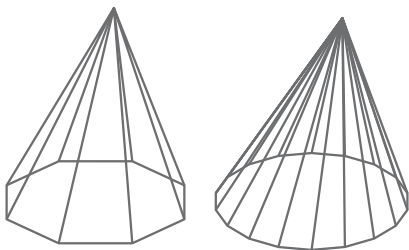
$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times S_{ABCD} \times OH = \frac{1}{3} \times (12 \times 12) \times 2 \times \sqrt{7} = 96\sqrt{7}\text{cm}^3$$

۲ هرم منتظمی را در نظر بگیرید که قاعده آن یک چندضلعی منتظم باشد. مانند مربع، پنج‌ضلعی منتظم، شش‌ضلعی منتظم و ...

حال تعداد ضلع‌های این چندضلعی را بیشتر و بیشتر کنید؛

چندضلعی فوق به چه شکلی نزدیک می‌شود؟ دایره

هرم به چه شکلی نزدیک می‌شود؟ مخروط


نکته

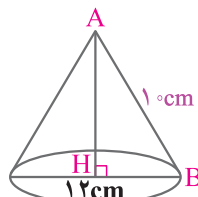
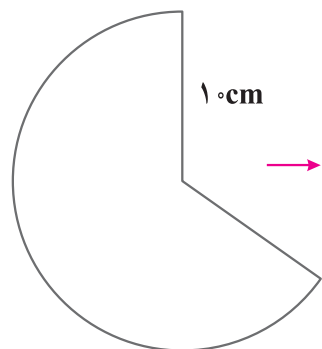
مخروط، شکلی شبیه به هرم منتظم است که قاعده آن به شکل دایره و پای ارتفاع آن، مرکز این دایره است. اگر شعاع قاعده مخروط

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

برابر با R و ارتفاع آن برابر h باشد، حجم آن از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:



صفحة ۱۳۹ کتاب درسی



علی با قسمتی از دایره‌ای به شعاع 10 cm ، مخروطی به قطر قاعده 12 cm ساخته است. حجم این مخروط را به دست آورید.

در مثلث قائم‌الزاویه ABH ، داریم:

$$BH = 12 \div 2 = 6\text{ cm} \Rightarrow R = 6\text{ cm}$$

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow AH = 8\text{ cm} \Rightarrow h = 8\text{ cm}$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times (6)^2 \times 8 = 96\pi$$

بنابراین:

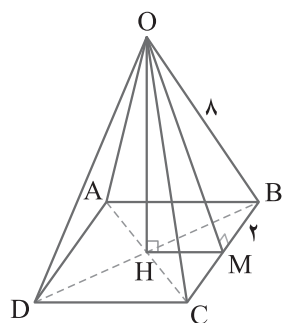
صفحة ۱۳۹ کتاب درسی



۱ حجم هرمی را به دست آورید که قاعده آن مستطیلی به ابعاد 6 و 5 سانتی‌متر و ارتفاع آن 10 سانتی‌متر باشد.

$$S = 6 \times 5 = 30\text{ cm}^2, h = 10\text{ cm} \Rightarrow V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 30 \times 10 = 100\text{ cm}^3$$

۲ حجم هرمی با قاعده مربع را به دست آورید که ضلع قاعده آن 4 cm باشد و وجه‌های جانبی آن مثلث‌های متساوی‌الساقینی به ساق‌های 8 cm باشند.



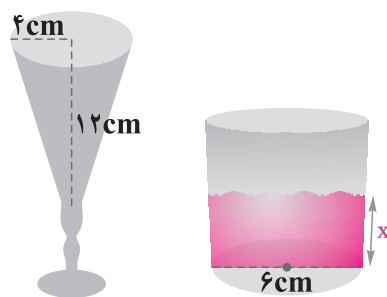
از رابطه فیثاغورس داریم:

$$\Delta OMB : OM = \sqrt{OB^2 - MB^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}\text{ cm}$$

$$\Delta OHM : OH = \sqrt{OM^2 - HM^2} = \sqrt{60 - 4^2} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}\text{ cm}$$

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times (4 \times 4) \times 2\sqrt{14} = \frac{32\sqrt{14}}{3}\text{ cm}^3$$

۳ ظرفی به شکل مخروط با شعاع دهانه 4 cm و به ارتفاع 12 cm را از آب پر می‌کنیم و در لیوانی استوانه‌ای شکل، که شعاع قاعده آن 6 cm است، خالی می‌کنیم؛ آب تا چه ارتفاعی در لیوان بالا می‌آید؟



$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times (4)^2 \times 12 = 64\pi\text{ cm}^3$$

فرض می‌کنیم آب لیوان تا ارتفاع x بالا آمده باشد، از آنجا که شعاع قاعده استوانه لیوان برابر 6 cm است، داریم:

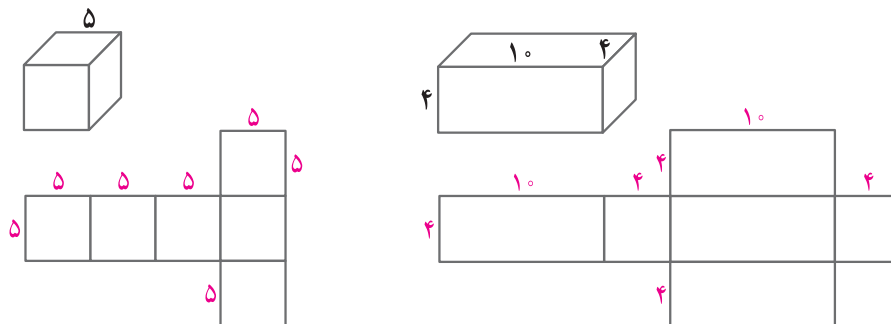
$$V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 h = \pi \times (6)^2 \times x = 64\pi \Rightarrow 36x = 64 \Rightarrow x = \frac{16}{9}\text{ cm}$$

بنابراین در لیوان، آب تا ارتفاع $\frac{16}{9}$ سانتی‌متر بالا می‌آید.

به نظر می‌رسد در شکل کتاب درسی، قطر لیوان 6 cm است ولی ما با توجه به فرض مسئله، شعاع لیوان را 6 cm در نظر گرفتیم.

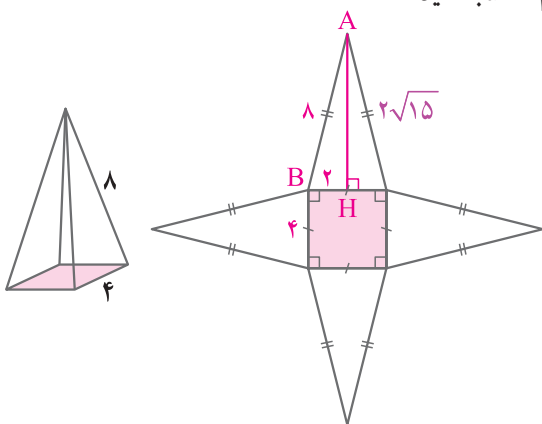


۱ با توجه به اندازه‌های ابعاد مکعب و مکعب مستطیل، اندازه ضلع‌ها را در گسترده هر کدام مشخص کنید.



۲ مساحت گسترده هر یک از هرم‌ها را با توجه به اندازه‌های روی هر هرم محاسبه کنید.

(الف)



$$\triangle ABH : AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{64 - 4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15} \text{ cm}$$

$$\text{مساحت هر وجه جانبی} = \frac{2\sqrt{15} \times 4}{2} = 4\sqrt{15} \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت قاعده} = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$$

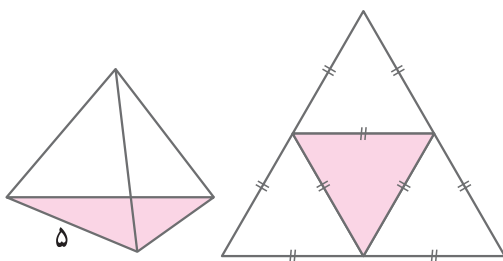
$$\text{مساحت گسترده هرم} = 4 \times 4\sqrt{15} + 16 \text{ cm}^2 = 16(\sqrt{15} + 1) \text{ cm}^2$$

(ب) می‌دانیم مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ است.

بنابراین :

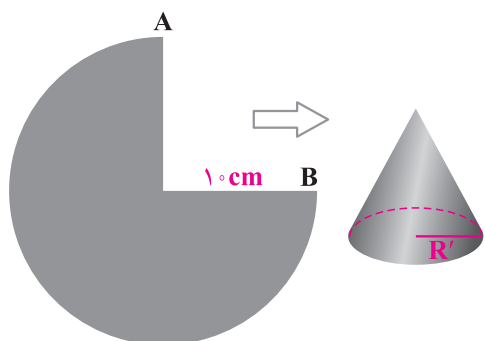
$$\text{مساحت هر وجه} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 5^2 = \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت گسترده هرم} = 4 \times \frac{25\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



نکته

منظور از پیدا کردن مساحت کل یک هرم، این است که مساحت همهٔ وجه‌های آن را با هم جمع کنیم. برای این کار، بهتر است شکل گستردهٔ هرم را رسم کنیم و سپس مساحت وجه‌ها را محاسبه کنیم.



۳ با $\frac{3}{4}$ دایره‌ای به شعاع 10 سانتی‌متر یک سطح مخروطی شکل

درست کرده‌ایم؛ طول کمان AB چقدر است؟

$$\text{طول کمان } AB = \frac{3}{4} \times \text{محیط دایره} = \frac{3}{4} \times 2\pi R = \frac{3\pi R}{2} = 15\pi \text{ cm}$$

چه رابطه‌ای بین طول کمان AB و محیط دایره قاعده مخروط وجود دارد؟
با هم برابر هستند.

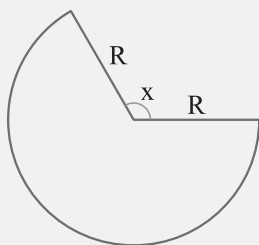
طول کمان $AB =$ محیط دایره قاعده مخروط

شعاع قاعده مخروط را پیدا کنید.

$$2\pi R' = 15\pi \Rightarrow R' = \frac{15\pi}{2\pi} = \frac{15}{2} \text{ cm}$$

اگر شعاع قاعده مخروط را با R' نشان دهیم، داریم:

نکته

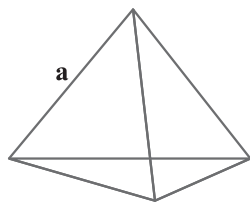


اگر با قسمتی از یک دایره به شعاع R مانند شکل مقابل، یک مخروط به شعاع قاعده R' بسازیم، شعاع قاعده این مخروط برابر است با:

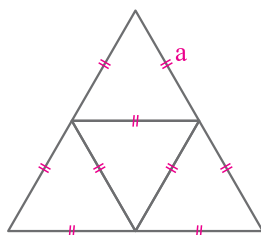
$$R' = R \left(1 - \frac{x}{360}\right)$$

(x بر حسب درجه است)

صفحه ۱۴۱ کتاب درسی



۱ مساحت کل هرم منتظم مقابل را به دست آورید. طول همه یال‌های آن a است.



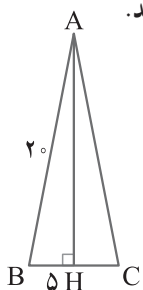
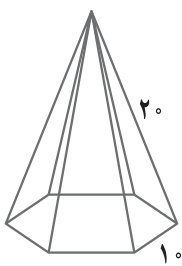
شکل گسترده آن به صورت روبه‌رو است:

$$\text{مساحت هر وجه} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\Rightarrow \text{مساحت کل} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \sqrt{3} a^2$$

نکته

به هر می که هر وجه آن به صورت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a باشد، چهاروجهی منتظم گفته می‌شود. مساحت کل هر چهاروجهی منتظم به ضلع a ، برابر $\sqrt{3} a^2$ است.



۲ با توجه به اندازه‌های داده‌شده، گستردهٔ هرم را رسم کنید و مساحت جانبی آن را پیدا کنید.

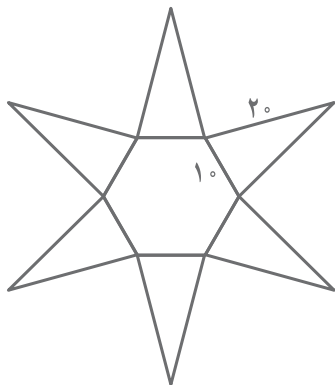
ابتدا شکل هر وجه جانبی را رسم می‌کنیم.

$$\Delta ABH : AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{400 - 25} = \sqrt{375} = 5\sqrt{15}$$

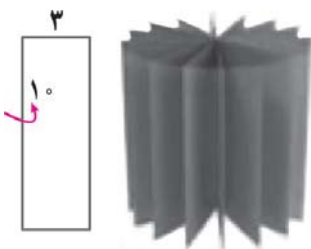
$$\text{مساحت مثلث } ABC = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{5\sqrt{15} \times 10}{2} = 25\sqrt{15}$$

چون هرم رسم‌شده، دارای ۶ وجه جانبی است، داریم:

$$\text{مساحت جانبی هرم} = 6 \times 25\sqrt{15} = 150\sqrt{15}$$



صفحة ۱۴۱ کتاب درسی



۱ با دوران دادن یک مستطیل حول ضلع آن چه حجمی به دست می‌آید؟ استوانه

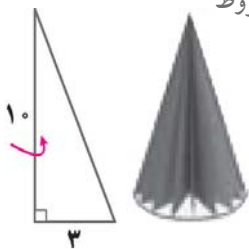
شعاع قاعدهٔ شکل حاصل: ۳

ارتفاع شکل حاصل: ۱۰

$$V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 h = \pi \times (3)^2 \times 10 = 90\pi$$

نکته

از دوران یک مستطیل حول یکی از ضلع‌هایش، استوانه ساخته می‌شود.



۲ اگر مثلث قائم‌الزاویه را حول ضلع مشخص‌شده در شکل، دوران دهیم، چه شکلی به دست می‌آید؟ مخروط

حجم آن را پیدا کنید.

شعاع قاعدهٔ شکل حاصل: ۳

ارتفاع شکل حاصل: ۱۰

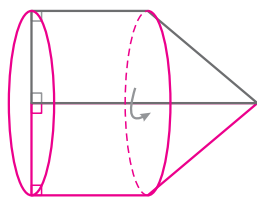
$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times (3)^2 \times 10 = 30\pi$$

نکته

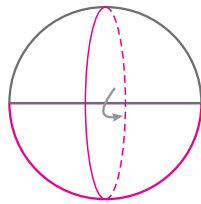
از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول یکی از ضلع‌های قائمه‌اش، یک مخروط ساخته می‌شود.



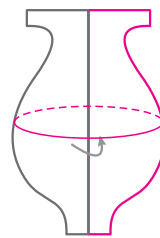
۳ در هر شکل با توجه به محور دوران، که در هریک مشخص شده است، شکل حجم حاصل را توصیف کنید.



حجم ترکیبی از یک استوانه و یک مخروط اضافه شده به سمت راست آن است.



کره



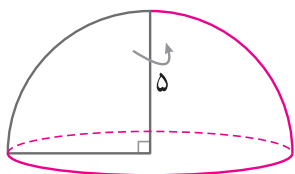
گلدان

صفحه ۱۴۲ کتاب درسی



حجم حاصل از دوران یک ربع دایره به شعاع ۵cm را حول شعاع آن پیدا کنید.

شکل حاصل، یک نیم کره به شعاع ۵cm است. بنابراین:

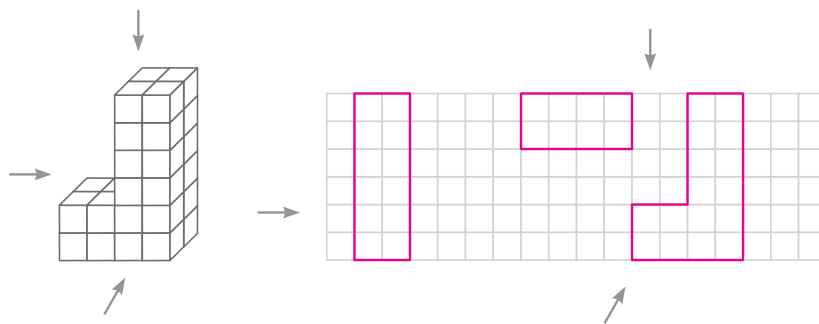


$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times (5)^3 = \frac{250\pi}{3} \text{ cm}^3$$

صفحه ۱۴۲ کتاب درسی



۱ با توجه به حجم زیر، در صفحه شطرنجی زیر سطح دیده شده از جهت‌های مشخص شده را رسم کنید.



۲ اگر هر کدام از هرم‌های منتظم زیر را از بالا نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟

الف) هرم منتظم با قاعده مثلث: مثلث

ب) هرم منتظم با قاعده مربع: مربع

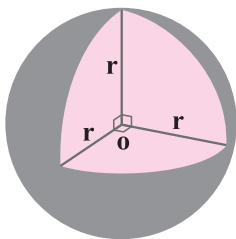
ج) هرم منتظم با قاعده شش ضلعی: شش ضلعی منتظم

۳ کره مقابل، با یک صفحه بریده شده است. سطح بریده شده چه شکلی دارد؟ دایره

در چه صورت این شکل بیشترین مساحت را دارد؟

در صورتی که صفحه از مرکز کره عبور کند.





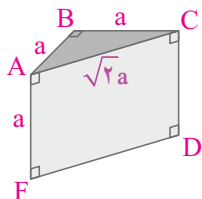
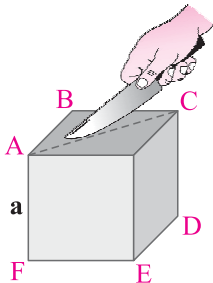
صفحة ۱۴۳ کتاب درسی

۴ در شکل مقابل، چه کسری از حجم کره برداشته شده است؟ $\frac{1}{8}$

دقت کنید که در این شکل، ربع کره به دو قسمت مساوی تقسیم شده است که یکی از آنها ($\frac{1}{8}$ کره) برداشته شده است.



یک اسفنج مکعب شکل به ضلع a را مانند شکل مقابل بریده ایم. سطح بریده شده به چه شکلی است؟ مستطیل اندازه ضلع های آن را پیدا کنید.



$$\Delta ABC : AC = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

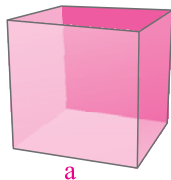
بنابراین سطح بریده شده، یک مستطیل به طول $\sqrt{2}a$ و عرض a است.

صفحة ۱۴۳ کتاب درسی



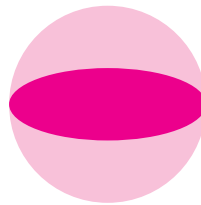
۱ حجم و سطح کل شکل های زیر را پیدا و باهم مقایسه کنید.

مکعب به ضلع a



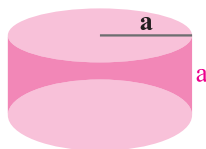
$$\left. \begin{aligned} V &= a^3 \\ S &= 6a^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{a}{6}$$

کره به شعاع a



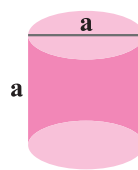
$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi a^3 \\ S &= 4\pi a^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{a}{3}$$

استوانه به ارتفاع و شعاع قاعده a



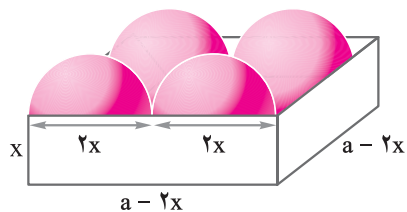
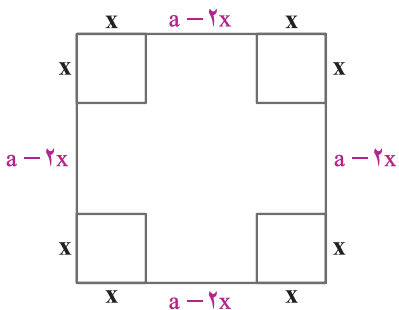
$$\left. \begin{aligned} V &= \pi a^2 a \\ S &= 2\pi a \times a + 2(\pi a^2) = 4\pi a^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{a}{4}$$

استوانه به ارتفاع و قطر قاعده a



$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{\pi}{4} a^2 a \\ S &= 2\pi \times \frac{a}{4} \times a + 2(\pi(\frac{a}{4})^2) = \pi a^2 + \frac{\pi a^2}{4} = \frac{5\pi}{4} a^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{a}{5}$$

در هر مورد، نسبت حجم به سطح ($\frac{V}{S}$) را به دست آورید. در کدام شکل این نسبت بزرگ تر است؟ کره



۲ از یک مقوا به ضلع a گوشه‌های مربع‌شکل به ضلع x را بریده و با سطح باقیمانده یک جعبه مکعب‌مستطیل شکل درست کرده‌ایم. چه رابطه‌ای باید بین a و x باشد تا بتوان چهار کره را به شعاع x داخل این جعبه جای داد به طوری که هر کره به کره مجاورش و به دیواره جعبه مماس باشد؟

با توجه به شکل رسم‌شده، چون قطر هر کره برابر با $2x$ است، بنابراین باید طول و عرض این مکعب‌مستطیل برابر $4x$ باشد، پس:

$$a - 2x = 4x \Rightarrow a = 6x$$

بنابراین a باید $6x$ برابر x باشد تا بتوان چهار کره به شعاع x را داخل این جعبه جای داد.

New Vocabularies and Expressions

angry انگری عصبانی	brave برُو سرباز شجاع	careless کِرْلِس بی دقت (بی احتیاط)	clever کَلُور باهوش
cruel کروال ظالم (بی رحم)	funny فانی خنده دار، بامزه	generous جِنِرِس دست و دل باز (سخاوتمند)	hard-working هارد وِرکینگ سخت کوش
helpful هلپ فل مفید	kind کایند مهربان	neat نیت تمیز	nervous نِرُوس نگران
patient پی شِنْت آرام، صبور	polite پلائیْت باادب	quiet کوآیت آرام	rude رود بی ادب
selfish سِلْفِش خودخواه	serious سِری اس جدی	shy شای خجالتی	talkative تاک تیو پرحرف
upset آپ سِت ناراحت	waiter وِیْتِر پیشخدمت		



Student book



Conversation

مکالمه: صفحه ۱۶ کتاب درسی

Listen to the conversation between two cousins.

به گفت و گوی بین دو پسر خاله گوش دهید.

Ehsan: Who is your best friend at school?

احسان: بهترین دوست در مدرسه کیست؟

سُکول ات فرند بَست یور ایز هو

Parham: Reza.

پرهام: رضا.

رضا

Ehsan: What's he like?

احسان: چطور آدمی است؟

لایک هی واتس

Parham: Oh, he is really great! He's clever and kind.

پرهام: او واقعاً فوق العاده است. او باهوش و مهربان است.

کایند اند کَلُور هیز گِریْت ری ای ایز هی ا

Ehsan: Is he hard-working too?

احسان: آیا سخت کوش هم هست؟

تو وِرکینگ هارد هی ایز

Parham: Yes! And he's always very helpful.

پرهام: بله! و او همیشه کمک می کند.

هلپ فول وری آلویز هیز اند پس



Ehsan: How?
هاو

احسان: چه جوری؟

Parham: He always helps me with my lessons. پرهام: او همیشه در درس‌هایم به من کمک می‌کند.
لِسْنَزْ مای وید می هِلِپس آلویز هی

تمرین ۱: صفحه ۱۷ کتاب درسی

Practice 1

Talking about personality (1)

صحبت کردن در مورد شخصیت افراد (۱)

Listen to the examples. Then ask and answer with a friend.

به مثال‌ها گوش کنید. سپس با یک دوست به پرسش و پاسخ پردازید.

Are you hard-working? آیا تو سخت کوش هستی؟

Yes, I am. بله، (من) هستم.

Is he clever? آیا او باهوش است؟

Yes, he is. بله، (او) هست.

Is Zahra talkative? آیا زهرا پر حرف است؟

No, she isn't. نه، (او) نیست.

Are they neat? آیا آنها مرتب هستند؟

Yes, they are. بله، (آنها) هستند.

Are they upset? آیا آنها ناراحت هستند؟

No, they're not. نه، (آنها) نیستند.

Practice 2

تمرین ۲: صفحه ۱۷ کتاب درسی

Talking about personality (2)

صحبت کردن در مورد شخصیت افراد (۲)

Listen to the examples. Then ask and answer with a friend.

به مثال‌ها گوش دهید. سپس با یک دوست به پرسش و پاسخ پردازید.

What's your friend like?
دوستت چه جور آدمی است؟

He's very funny.
او بسیار شوخ طبع است.

What's your mother like?
مادرت چه جور آدمی است؟

She's very kind and patient.
او بسیار مهربان و صبور است.

What's he like? او چه جور آدمی است؟

He is quiet. او آرام است.

What's she like? او چه جور آدمی است؟

She is clever. او باهوش است.

What are you like? تو چه جور آدمی هستی؟

I'm a bit serious. من کمی جدی هستم.

What are they like?
آنها چه جور آدمی هستند؟

They are very kind.
آنها بسیار مهربان هستند.

Listen to the conversation and pay attention to the intonations of "affirmative" sentences.
به گفت‌وگو گوش دهید و به آهنگ کلام در جمله‌های خبری دقت کنید.

Teacher: Farzaneh is a clever student. Everybody likes her.

معلم: فرزانه دانش‌آموز باهوشی است. همه دوستش دارند.

Samira: Yes. I know. She is also very helpful.

سمیرا: بله. می‌دانم، او همچنین خیلی آدم مفیدی است. (به همه کمک می‌کند).

Teacher: Well, you can ask her for help.

معلم: خوب، تو می‌توانی از او کمک بخواهی.

Samira: Ok, I'll ask her to help me with my English.

سمیرا: خیلی خوب، از او می‌خواهم به من در درس انگلیسی کمک کند.

Listen to the sentences below and then practice. به جمله‌های زیر گوش دهید، سپس تمرین کنید.

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1. He's very kind. | او خیلی مهربان است. |
| 2. She's very patient. | او خیلی صبور است. |
| 3. You are very clever. | شما (تو) خیلی باهوش هستید (هستی). |
| 4. Everybody likes her. | همه او را دوست دارند. |
| 5. I do my homework. | من تکالیفم را انجام می‌دهم. |
| 6. She works for a company. | او برای یک شرکت کار می‌کند. |

Talk to your teacher

با معلم خود صحبت کنید!

Let me check it in the dictionary.

بگذار در دیکشنری چک کنم.



درس نامه

در این قسمت با اجزای جمله در زبان انگلیسی و نکاتی دربارهٔ دستور زبان انگلیسی آشنا می‌شویم. در هر زبانی ترتیب قرار گرفتن اجزای جمله نسبت به زبان دیگر متفاوت است. به طور مثال در زبان فارسی فاعل در ابتدای جمله، سپس مفعول و در نهایت فعل جمله قرار می‌گیرد. در حالی که در زبان انگلیسی ابتدا فاعل، سپس فعل و در نهایت مفعول می‌آید.

مثال

Ali read the book
فاعل فعل مفعول

علی کتاب را خواند
فاعل مفعول فعل

افعال to be

در زبان انگلیسی ساده‌ترین جمله‌ها، جمله‌هایی هستند که با افعال to be ساخته می‌شوند. این افعال به معنی «هستن» و شامل am, is و are هستند.

سؤال پرسیدن با افعال to be

برای تبدیل کردن جمله‌هایی که فعل‌های to be در آنها به کار رفته است، کافی است این افعال را ابتدای جمله بیاوریم تا جمله سؤالی شود:

مثال

She is happy. خبری: او خوشحال است.
Is she happy? سؤالی: آیا او خوشحال است؟

منفی کردن افعال to be

افعال to be معنی «هستن» می‌دهند. برای تبدیل این افعال به «نیستن» کافی است به آنها منفی‌ساز not اضافه شود.

مثال

She is happy خبری - مثبت: او خوشحال است.
She is not happy. خبری - منفی: او خوشحال نیست.

ضمایر فاعلی (Subject Pronouns)

این ضمایر در جمله جانشین فاعل (انجام‌دهندهٔ کار) می‌شوند و عبارت‌اند از:

ضمایر فاعلی مفرد	}	I	من	ضمایر فاعلی جمع	}	we	ما
		you	تو			you	شما
		she	او (دختر)			they	آنها
		he	او (پسر)				
		it	آن				

این ضمایر با افعال to be در جمله‌های خبری مثبت به این شکل به کار می‌روند:

I am	a student.	من دانش‌آموز هستم.	We	are students.	ما دانش‌آموز هستیم.
You are		تو دانش‌آموز هستی.	You		شما دانش‌آموز هستید.
She is		او (دختر) دانش‌آموز است.	They		آنها دانش‌آموز هستند.
He is		او (پسر) دانش‌آموز است.			
It is a pen.		این خودکار است.			

There are , There is

There is/are به معنای «وجود داشتن» است. There is (وجود دارد) در جمله‌های مفرد و There are (وجود دارند) در جمله‌های جمع به کار می‌رود.

1. There is a an + اسم مفرد + one قید مکان + اسم مفرد

There is a book in my bag.

اسم مفرد مکان

2. There are two Three + اسم جمع + some/many قید مکان + اسم جمع

There are some books in my bag.

اسم جمع مکان



پیدا کنید: صفحه ۲۲ کتاب درسی

Find and underline "to be" verbs in the passage below.

فعل‌های to be را در متن زیر بیابید و زیر آنها خط بکشید.

I'm Mohsen. This is my classroom. There are 25 students in my class. I have a lot of friends. My best friend is Vahid. He's a good student. He is helpful and hard-working, but he is not very careful. He usually forgets important things. It's a big problem.



Listening, Reading and Writing

شنیدن، خواندن و نوشتن: صفحه ۲۴ و ۲۵ کتاب درسی

A) Listen to the conversation and fill out the table below.

الف) به مکالمه گوش دهید و جدول زیر را کامل کنید.

Name	Personality
Zahra	great
	kind
	helpful

B) Listen to the audio and answer the questions below.

ب) به فایل صوتی گوش کنید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

1. What's Iran like?

۱- ایران چطوری است؟

Iran is a great country.

ایران کشوری (بزرگ) است.

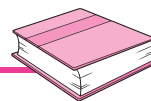
2. What are Iranian people like?

۲- مردم ایران چگونه‌اند؟

Iranian people are kind, friendly, hard-working and brave.

مردم ایران مهربان، صمیمی، سخت‌کوش و شجاع هستند.

Work book



Choose the correct forms.

۱ گزینه صحیح را انتخاب کنید.

1. Kate isn't /aren't funny.

کیت بامزه نیست.

2. There is /are a car in the street.

ماشینی در خیابان وجود دارد.

3. There is /are fifteen benches in the class.

پانزده نیمکت در کلاس وجود دارد.

4. It is /are really beautiful.

این واقعاً زیباست.

5. Iranians is /are very brave.

ایرانی‌ها بسیار شجاع هستند.

Fill in the blanks. (to be verbs)

۲ جاهای خالی را با افعال to be پر کنید.

I am Ali Rasooli. I am 14 years old.

من علی رسولی هستم. من چهارده ساله‌ام.

I go to Shahid Kazemi school. My school is beautiful.

من به مدرسه شهید کاظمی می‌روم. مدرسه من زیباست.

There are 30 students in my class.

سی دانش‌آموز در کلاس هستند.

My classmates are clever and friendly.

هم کلاسی‌های من باهوش و مهربان هستند.

Mr. Ahmadi is our English teacher.

آقای احمدی معلم انگلیسی ماست.

He is hard-working but he is not nervous at all.

او سخت‌کوش است. اما اصلاً عصبی نیست.

He's s very kind and patient.

او خیلی مهربان و صبور است.

Unscramble the following sentences.

۳ جملات زیر را مرتب کنید.

1. am/I/nervous/not/.

I am not nervous.

من عصبی نیستم.

2. and/you/your friend/selfish/not/are/.

Your friend and you are not selfish.

دوست شما و شما خودخواه نیستید.

3. Mina/is/careless/?

Is Mina careless?

آیا مینا بی‌دقت است؟

4. Our house/two/rooms/are/in/there/.

There are two rooms in our house.

دو اتاق در خانه ما وجود دارد.

5. there/an/orange/table/is/on the/?

Is there an orange on the table?

آیا پرتغالی روی میز وجود دارد؟



Match the sentences with the pictures.

۴ جملات زیر را به تصاویر مرتبط وصل کنید.

My teacher is kind. معلم من مهربان است.



The man is cruel. [آن] مرد ظالم (بی رحم) است.



The girl is quiet. [آن] دختر ساکت است.



They are not neat. آنها مرتب نیستند.



There is a book on the desk. یک کتاب روی میز است.



There are five students in the classroom. پنج دانش آموز در کلاس وجود دارد.



Write a sentence for each picture.

۵ برای هر یک از تصاویر زیر یک جمله بنویسید.



1. She is angry.

او عصبانی است.



2. He is hard working.

او سخت کوش است.



3. They're funny.

آنها بامزه هستند.



4. He's helpful.

او فرد مفیدی است. (به دیگران کمک می‌کند.)



5. He's careless.

او بی‌دقت است.



6. They're brave.

آنها شجاع هستند.

۶ الف) چند صفت مربوط به شخصیت افراد را در جدول زیر بیابید. (۶ کلمه)

A) Find six words related to the lesson. (Personality)

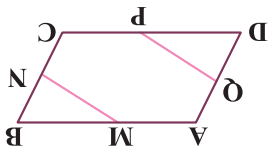
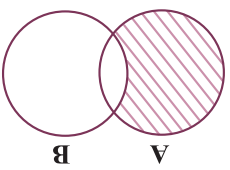
B	G	A	C	R	U	A	E
T	B	N	O	P	C	L	N
A	R	G	N	R	L	A	E
C	A	R	E	L	E	S	S
D	V	Y	A	P	V	E	H
O	E	S	T	E	E	T	Y
T	A	S	A	T	R	M	I

1. brave
2. angry
3. neat
4. shy
5. careless
6. clever



۱۸	کتبی مشخصه را بنویسید و به دست آورید و جواب را برای بررسی امتحان کنید.	$\frac{17x^2 - 10x + 6}{3x - 2}$	۱
۳۰	پول است در دست داشته باشد x و به حساب بانکی را به دست آورید. $\frac{x+4}{x^2-x-2}$ و طول آن $x^2 - 4x - 8$ است. مساحت مستطیل را حساب کنید.		۱
۶۸	پیدا کنید $\frac{8-b}{8+b}$ را از آنجا که حاصل کسرها متساوی است و عبارت 5 و عبارت 6		۵/۰
۷۸	نقطه $(-5, 7)$ را از آنجا که x تعریف شده است. عبارت 7 را از آنجا که x تعریف شده است.	$\frac{7-x}{b-x}$	۵/۲۰
۸۸	پیدا کنید $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ را از آنجا که $x = -5$ و $y = 7$ است. معادله خطی را بنویسید که متساوی است.		۵/۸۰
۹۶	پیدا کنید 8 را از آنجا که طول 5 است. $y = -4x + 1$ را از آنجا که معادله خطی		۵/۰
۹۸	کتبی رسم کنید. معادله $y = -\frac{4}{3}x + 1$ را در دستگاه مختصات معادله $y = -\frac{4}{3}x + 1$ را در دستگاه مختصات		۵/۸۰
۴۶	کتبی حل کنید. $\begin{cases} 3x + y = -4 \\ -x + 3y = 5 \end{cases}$ دستگاه معادلات خطی زیر را حل کنید.		۱
۳۳	پیدا کنید $\frac{5}{x} \leq \frac{4}{x+1} + \frac{4}{x-1}$ را از آنجا که مجموعه جواب نامعادله $\frac{5}{x} \leq \frac{4}{x+1} + \frac{4}{x-1}$ را از آنجا که		۱/۲۵
۸۲	پیدا کنید $(\sqrt{1} + \sqrt{1})(\sqrt{1} - \sqrt{1}) = \frac{4}{1}x^2 - \dots$ را از آنجا که		۵/۸۰
۹۱	پیدا کنید $(x+3)(x-4)$ را از آنجا که حاصل عبارت $(x+3)(x-4)$ را از آنجا که		۵/۸۰



۲۰	مخرج کسر مقابل را کوچک کنید. $\frac{8\sqrt{3}}{4}$	۵/۰
۱۹	حاصل عبارت روبرو را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20} + 4\sqrt{5}}$	۱
۱۸	در شکل زیر متوازی‌الاضلاع ABCD را در نظر بگیرید. نقطه M بر ضلع AB، نقطه N بر ضلع CD، نقطه P بر ضلع AD و نقطه Q بر ضلع BC قرار داده شده است. فرض کنید MN = PQ. 	۱/۲۵
۱۷	آیا استدلال مسئله زیر معتبر است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید. مسئله: نشان دهید مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث ۳۶۰ درجه است. اثبات: یک مثلث مساوی‌الساق را در نظر بگیرید. هر زاویه خارجی آن ۱۲۰ درجه است، پس مجموع زاویه‌های خارجی برای آن ۳۶۰ درجه است. بنابراین مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث ۳۶۰ درجه است.	۵/۰
۱۶	داخل <input type="checkbox"/> علامت (ε, ζ, η) قرار دهید. <input type="checkbox"/> داخل \mathbb{R} <input type="checkbox"/> \mathbb{Z}	۵/۰
۱۵	حاصل عبارت مقابل را به صورت ساده‌شده بنویسید. $\sqrt{(3 - \sqrt{10})^2 - 10}$	۰/۷۵
۱۴	اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 2 \leq 3\}$ و $B = \{4, 5, 6\}$ باشد: مجموعه $A \cap B$ را مشخص کنید. (ب) مجموعه A را با اعضا نمایش دهید. (الف) مجموعه A	۱
۱۳	به سوالات زیر پاسخ دهید. اگر جانوداده‌ای دو فرزند داشته باشد، چقدر احتمال دارد این خانواده یکی فرزند دختر و یکی فرزند پسر داشته باشد؟	۵/۰
۱۲	کدام گزینه قسمت‌های مشترک را نشان می‌دهد؟  <input type="radio"/> (۲) $A \cup B - A$ <input type="radio"/> (۳) $A - B$ <input type="radio"/> (۱) $B - A$ <input type="radio"/> (۴) $(A - B) \cup (B - A)$	



۳) $\frac{7}{1}$

۱) $\frac{3}{8}$

۵) $\frac{11}{3}$

۸) $\frac{55}{1}$

۱۱. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۳) $\frac{1}{2} \times b \times 1$

۱) $\frac{1}{2} \times b \times 1$

۵) $\frac{1}{2} \times b \times 2$

۸) $\frac{1}{2} \times b \times 2$

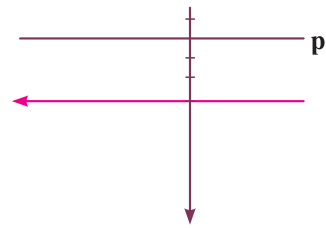
۱۰. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۵) $x - y = 3$

۳) $x = 3$

۸) $y - x = 3$

۱) $x = 3$



۹. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۸. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۷. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

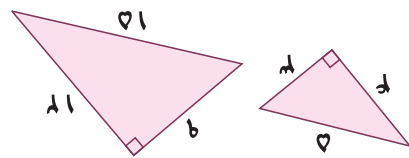
۶. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۵. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۴. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۳. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۲. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟



۱. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۰. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۰. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۰. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

۰. زیاده‌دارم چه می‌شود؟ برای این مسئله، به ازای عدد ۱ از اعداد زیر، کدام یک را انتخاب می‌کنید؟

گھنٹوں میں پڑھنا ۷۴

پڑھنے کا وقت ۷۸

پڑھنے کی جگہ ۷۶

پڑھنے کی روشنی ۶۲

پڑھنے کا وقت ۶۲

پڑھنے کی جگہ ۷۴

پڑھنے کی روشنی ۶۲

پڑھنا ۷۴

پڑھنا ۷۳

پڑھنا ۷۳

پڑھنا